

I 14.1 er den typiske fejl, at eleven beregner hele omkredsen og ikke kun den røde liste. Spørgsmålet er, om nogle af disse elever har haft svært ved at skelne de røde linjestykker fra de øvrige. Kun 32 % kunne beregne det samlede areal. Måske kan en del af eleverne have glæde af at tegne en skitse af bordpladen og dele den op i tre rektangler og sætte mål på siderne.

| Opgave 14.1                               |    |                                     |      |
|-------------------------------------------|----|-------------------------------------|------|
| Ca. 30 % af alle besvarelser var fejlsvar |    |                                     |      |
| Fejlsvar                                  | 12 | Fejlsvarene i % af alle besvarelser | 12 % |
|                                           | 5  |                                     | 8 %  |
|                                           | 7  |                                     | 2 %  |
|                                           | 11 |                                     | 1 %  |

| Opgave 14.2                               |      |                                     |      |
|-------------------------------------------|------|-------------------------------------|------|
| Ca. 68 % af alle besvarelser var fejlsvar |      |                                     |      |
| Fejlsvar                                  | 12   | Fejlsvarene i % af alle besvarelser | 11 % |
|                                           | 6    |                                     | 3 %  |
|                                           | 3,75 |                                     | 3 %  |
|                                           | 3,5  |                                     | 2 %  |

## Prøven uden hjælpemidler 9. klasse, december 2022

Der er ikke et stort datagrundlag for en beskrivelse af, hvordan eleverne har klaret opgaverne, da kun ganske få elever går til prøven i december. Decemberprøven ligner prøven fra maj måned, men der er dog også nogle forskelle. Fx er der færre multiple choice-opgaver, 10 mod 15 i maj måned. Decembersættet rummer nogle opgaver, der vil være interessante at bruge i den daglige undervisning i det matematiske stof. I arbejdet med prøveopgaver skal man være opmærksom på, at stort set alle opgaver kan løses med hovedregning evt. suppleret med uformelle noter

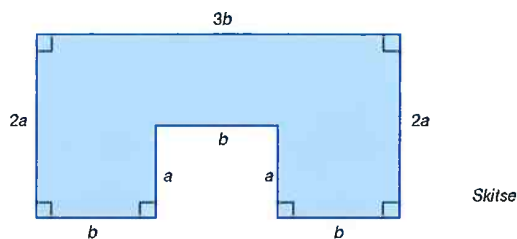
De første 4 opgaver med i alt 9 delopgaver er enkle problembehandlingsopgaver, der kræver nogen læsning. Dem er der flere af senere i opgavesættet.

Denne algebra opgave er klassisk og god at øve sig med. Her kan en del elever have glæde af at tegne en skitse på papir og opdele figuren i tre rektangler.

Opgave 12 er en lidt anderledes højdemåling, end vi normalt ser. Det er en god opgave til arbejde med ligedannede trekanter.

### Opgave 10

Skitsen viser en ottekant og dens sidelængder.

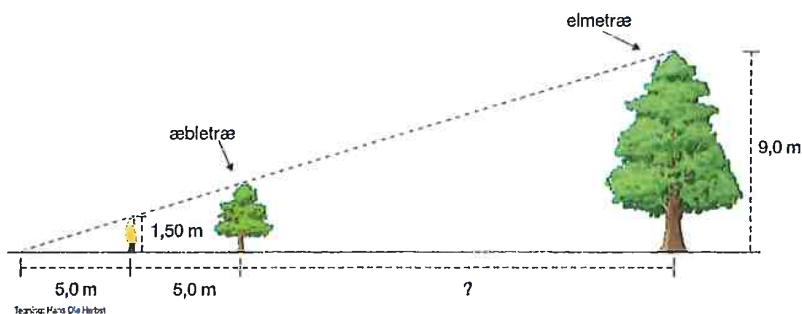


10.1 Omkredsen af ottekanten er \_\_\_\_\_

10.2 Arealet af ottekanten er \_\_\_\_\_

### Opgave 12

Herunder er en skitse af Sofia foran et æbletræ og et elmetræ. Sofia er 1,50 m høj.



12.1 Hvor højt er æbletræet? \_\_\_\_\_ m

Elmetræet er 9,0 m højt.

12.2 Hvor langt er der mellem æbletræet og elmetræet? \_\_\_\_\_ m

## Afslutning

Til slut bare nogle få velmente råd til undervisningen:

- Der skal også læses i PUH
- Det er centralt for alle matematiklærere at undervise med **mange forskellige, varierede strategier**, både i regning og problemløsning
- Eleverne skal udvikle regnestrategier for overslagsregning
- Hovedregning kan være den bedste regnestrategi frem for papirregning med standardiserede regnemøder
- Træning i forbindelse med anvendelsessituationer
- Der er megen hjælp at hente i Fælles Mål og ikke mindst i læseplanen.

Meget tyder på, at ensidig træning af standardprocedurer ikke hjælper særlig mange elever. Her er nogle ideer, læreren kan bruge i stedet for:

- Systematisk træning af de forskellige tekstlige problemer, der kræver brug af en bestemt regningsart.
- *Læg lommeregner og computer væk* – aktiviteter:
  - eleverne retter hinandens opgaver fx tidligere færdighedsprøver og samler op på typiske fejltyper
  - eleverne opdeler opgaverne fra et antal prøvesæt i opgavetyper
  - eleverne fremstiller selv et prøvesæt
  - styrke elevernes hovedregning evt. med uformelle noter og tegninger.

# FP9 Prøven med hjælpemidler 2022

Af Klaus Fink

## FP9 maj 2022

Prøven var af middel sværhedsgrad og rummede udfordringer for alle elevtyper og på alle niveauer. Her gennemgår jeg opgaverne en for en og kommenterer nærmere på en eller to delopgaver.

### Opgave 1. Køb af en elpære

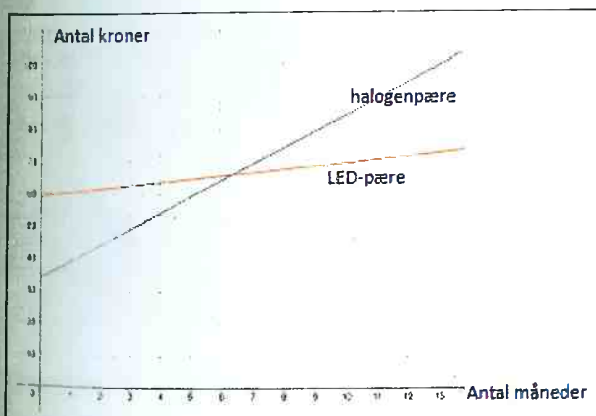
Den første opgave er traditionen tro en "regne"-opgave. I år afsluttes med en undersøgelse af udgiftsudviklingen for elpærer over tid. Eleverne foreslås at begrunde svaret med fx grafer.

|                                                 | LED-pære     | Halogenpære |
|-------------------------------------------------|--------------|-------------|
| Pris pr. stk.                                   | 59,50 kr.    | 34,00 kr.   |
| Levetid (gennemsnit)                            | 15.000 timer | 1000 timer  |
| Udgift til el til 1 pære i 1 måned (gennemsnit) | 1 kr.        | 5 kr.       |

Anna køber en LED-pære, selv om prisen er højere end for en halogenpære. Hun påstår, at pengene vil være tjent hjem i løbet af få måneder.

- 1.4** Undersøg, om Anna har ret. Du kan fx begrunde dit svar med grafer, som du tegner i et koordinatsystem.

Rettevejledningen giver to eksempler på besvarelser til fuldt pointtal med både grafer og en tabel.

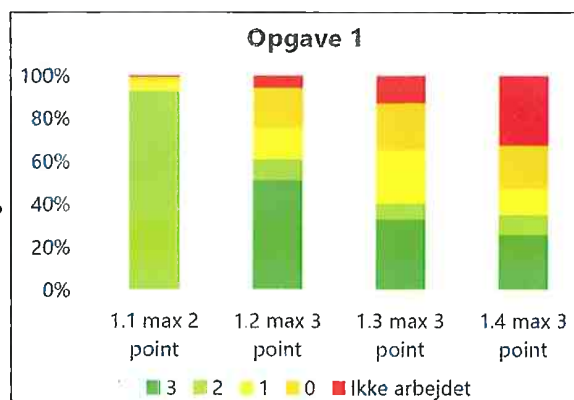


|   | LED-pæren | Halogenpæren |
|---|-----------|--------------|
| 1 | 60,5      | 39           |
| 2 | 61,5      | 44           |
| 3 | 62,5      | 49           |
| 4 | 63,5      | 54           |
| 5 | 64,5      | 59           |
| 6 | 65,5      | 64           |
| 7 | 66,5      | 69           |
| 8 | 67,5      | 74           |
| 9 | 68,5      | 79           |

Selvfølgelig skal der konkluderes efter grafer/regneark, fx "Anna har delvist ret. Der går 7 måneder før en LED-pære er billigere end en halogenpære. Så det er lidt mere end "få måneder".

32 % af eleverne arbejder ikke med opgaven. Om det skyldes ordet "undersøg" eller ordet "grafer" eller noget helt andet, vil være en undersøgelse værd.

Et sprogligt problem er ordene "få måneder", for hvor mange er det? Som det fremgår af både graf og tabel er det et sted mellem 6 og 7 måneder. Er det få måneder? En diskussion om dette er værd at tage i klassen, når den har arbejdet med denne opgave. Man kunne også undersøge, hvad halogenpærernes relativt kort levetid betyder for udgiften over nogle år. Endelig kan det diskuteres, hvordan grafen for halogenpæren burde se ud når levetiden kun er lidt over 11 måneder.



## Opgave 2: Lys på cirklen

Denne opgave er den første af de to opgaver med kun en delopgave. Eleverne skal rette nogle matematiske fejl i nogle beregninger ud fra en statistik. Næsten 20 % af eleverne arbejder ikke med opgaven, og kun 2 % får fuldt pointtal. Der er tale om en ny opgavetype i 9. klasse (der har været en lignende opgave med fejl i nogle annoncer til FP10 for et par år siden). Der er 4 fejl, der alle skal rettes til med de rigtige beregnede tal.

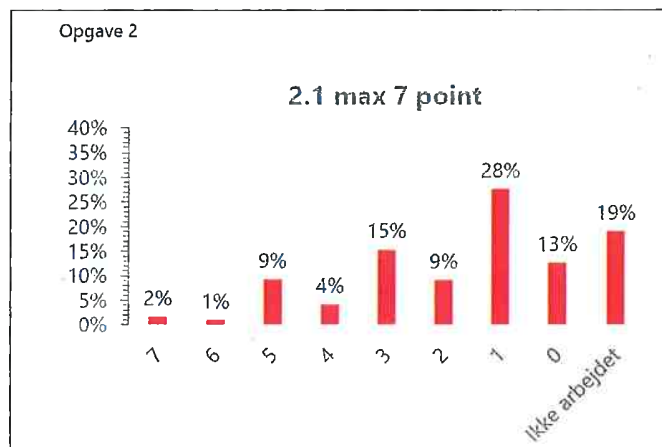
|                          | Elever | Forældre |
|--------------------------|--------|----------|
| Antal cyklister med lys  | 45     | 15       |
| Antal cyklister uden lys | 12     | 7        |
| Antal i alt              | 57     | 22       |
| Procentdel uden lys      | 21,1 % | 31,8 %   |

Vores undersøgelse viser, at:

- 12 ud af 45 elever cyklede uden lys.
- 60 ud af 79 cyklister cyklede med lys. Det svarer til ca. 4 ud af 5 cyklister.
- 21,1 % af eleverne og 31,8 % af forældrene cyklede uden lys. Samlet set var det 52,9 % af cyklisterne.
- andelen af forældre, der cyklede uden lys, var 10,7 % større end andelen af elever, der cyklede uden lys.

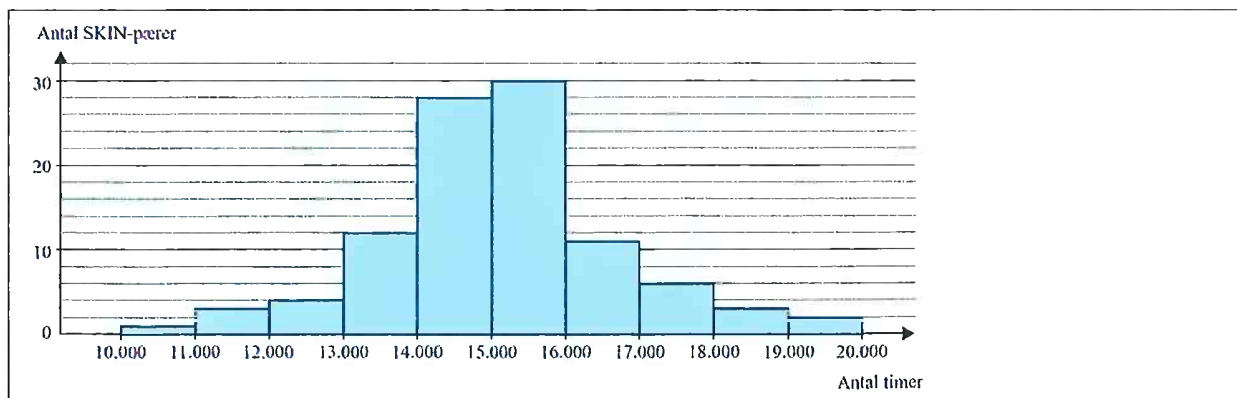
Den sidste fejl kan rettes på to korrekte måder: Enten 50,7 % eller 10,7 procentpoint

Opgaver af denne type er gode i den daglige undervisning som alternativ til den gængse færdighedstræning. Man kan også rette anonymiserede besvarelser af opgaver fra prøven uden hjælpemidler.



## Opgave 3. Levetid for elpærer

Opgaven handler om levetid for elpærer af to forskellige fabrikater. Det ene er vist i et diagram:



De to første delopgaver tager udgangspunkt i diagrammet. Det ser ud til, at en hel del elever har problemer med at aflæse denne type diagrammer. Fx kunne kun lidt over 52 % af eleverne aflæse antallet af pærer med en levetid mellem 13 000 og 14 000 timer korrekt. De to sidste delopgaver har udgangspunkt i et vedlagt regneark med resultaterne fra et andet elpæreprodukt. I den første af disse opgaver skal eleverne finde mid-

deltallet for pærenes levetid, men det ser ud til, at kun en begrænset del af eleverne udnytter regnearkets funktioner til dette. Til sidst skal de to elpærens levetid sammenlignes. Eleverne skal skrive nogle argumenter på baggrund af diagrammet i opgaven og skemaet i regnearket. Det er efter min mening en meget vigtig opgavetype, hvis vi skal kunne leve op til fagformålet stk. 3: "... at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab." Kun 20 % af eleverne kan svare korrekt på denne relativt simple opgave, så denne og andre lignende opgaver fra tidligere prøver bør indgå i den daglige undervisning i udskolingen.

### Opgave 4. Højdemåling

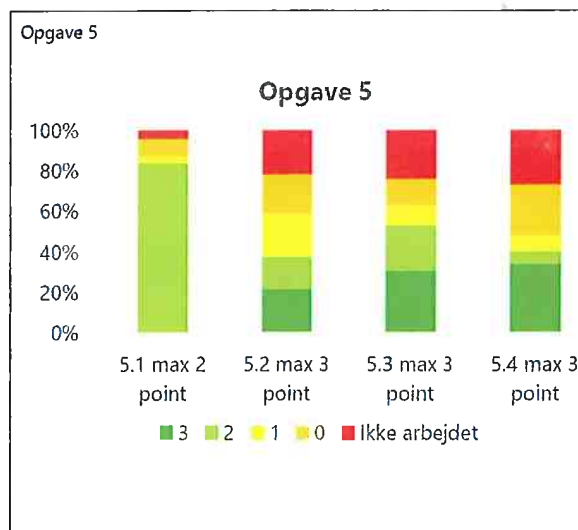
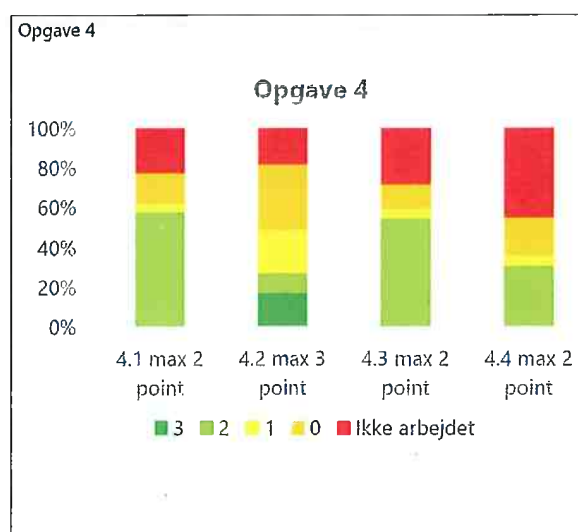
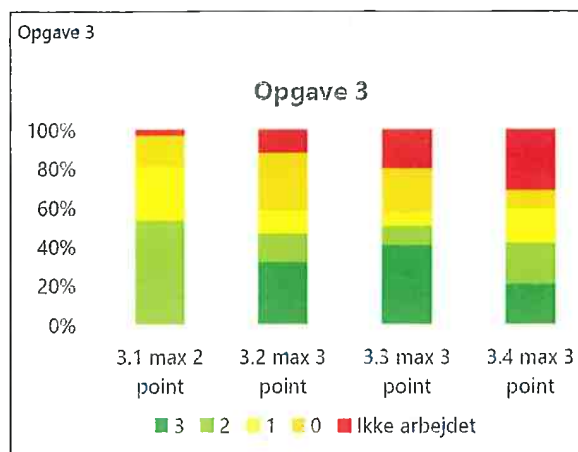
Denne geometriopgave rummer beregninger og forklaringer omkring trekantsberegninger.

Udgangspunktet er en tegning med et kirketårn, der er ved at blive målt af to unge mennesker med to forskellige metoder: Måling af vinkel for sigtelinjen og måling af en elevs skygge. Geometriopgaver har i en længere årrække budt på store udfordringer for mange elever. Denne gang er der tale om geometrisk måling i omverdenen – noget som i et vist omfang burde indgå i matematikundervisningen fra skolestarten og højdemåling fra senest 6. klasse. I denne opgave er der to delopgaver, der springer i øjnene. I 4.2 skal man forklare, hvorfor de to trekanter på tegningen er ligedannede. Der er altså tale om et holdbart ræsonnement, som 17 % af eleverne kan gennemføre. For at svare korrekt skal eleverne inddrage vinkelsummen i en trekant og den oplysning, at to af vinklerne i begge af trekanter er ens, altså er de ensvinklede og dermed ligedannede. I opgave 4.4 skal eleverne vise, hvordan man kan bruge trigonometri til højdeberegningen. 42 % af eleverne har sprunget denne opgave over.

Der er ingen tvivl om, at undervisningen i geometri trænger til et løft. Nogle af indsatserne kunne være stor geometri udendørs, undersøgende arbejde, dynamisk anvendelse af geometriprogrammer og fysiske produkter skabt med brug af geometri. Det kræver tid – debatten kører imidlertid i den anden retning, skoledagen skal være kortest mulig.

### Opgave 5. Stearinlys

Opgaven handler om funktioner. Om tegning af funktionsgrafer i opgave 5.2 kan I læse i Rikke Teglskov og Bo Kristensens artikel i nummer 4 af Matematik. Det er den af de fire delopgaver, eleverne fik færrest point i, selv om de har adgang til digitale værktøjer.



Peter har lavet målinger på et andet stearinlys. Funktionsforskriften i den gule boks beskriver en sammenhæng, Peter har fundet i disse målinger.

$$f(x) = 25 - 2,4x$$

$x$  er antal timer, lyset har brændt.

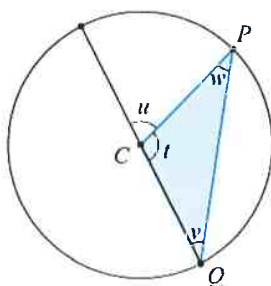
$f(x)$  er lysets længde i centimeter.

Ovenstående funktion skal eleverne arbejde med i de sidste to delopgaver. De skulle forklare, hvad 25 og 2,4 fortæller om Peters lys, og derefter finde ud af, hvor mange timer lyset kunne brænde. Den sidste opgave kunne under halvdelen af eleverne få point i.

### Opgave 6. Vinkler ved en cirkel

Denne opgave er den første i dette sæt uden omverdens kontekst. Efter en relativ enkel konstruktionstegning kommer der tre delopgaver, hvor signalordet er "forklar", som lægger op til, at eleverne kan vise deres ræsonnementskompetence.

På tegningen herunder har Anna givet vinklerne ved linjestykkerne navne.



**6.2** Forklar, hvordan Anna kan vide, at vinklerne  $v$ ,  $w$  og  $t$  tilsammen er  $180^\circ$ , det vil sige, at  $v + w + t = 180^\circ$

**6.3** Forklar, hvordan Anna kan vide, at vinkel  $v$  og vinkel  $w$  er lige store, det vil sige, at  $v = w$ .

Anna vil bevise, at vinkel  $u$  altid er dobbelt så stor som vinkel  $v$ , det vil sige, at  $u = 2v$ . Hun skriver de tre linjer herunder.

Linje 1)  $v + v + t = 180^\circ$ , fordi jeg kan indsætte  $v$  i stedet for  $w$  i udtrykket  $v + w + t = 180^\circ$

Linje 2)  $t + u = 180^\circ$

Linje 3)  $u = 2v$

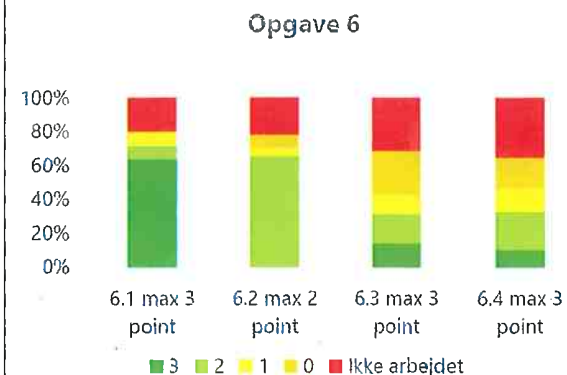
Anna har skrevet en forklaring på, hvorfor udtrykket i linje 1) er korrekt.

**6.4** Forklar, hvorfor udtrykkene i linje 2) og 3) er korrekte.

Den første er relativt let, da eleverne blot skal henvise til, at alle trekanten har vinkelsummen  $180^\circ$ .

De to næste har været meget sværere for eleverne. Henholdsvis 12 % og 10 % kunne komme med en holdbar forklaring. Det er oplagte opgaver at bruge i den daglige undervisning for at styrke elevernes ræsonnementskompetence samt viden og færdigheder i geometri.

Opgave 6



# FP10 Skriftlig matematik 2022

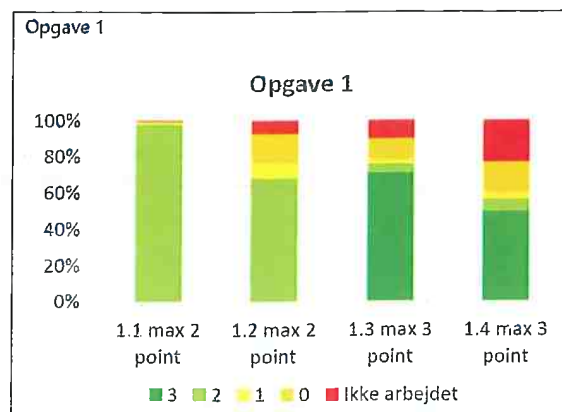
Af Klaus Fink

## FP10 maj 2022

I sommerens prøvesæt for 10. klasse er der tre delopgaver, 3.1, 4.2 og 4.3, der handler om diagrammer. Dem kan man læse nærmere om i en artikel af Rikke Teglskov og Bo Kristensen i tidsskriftet Matematik nr. 4 fra 2022 og vil ikke blive omtalt nærmere her. Opgaverne i FP10 vil fint kunne bruges også på 9. klasses trin.

### Opgave 1. Penge til mad

Opgaven består først og fremmest af tre delopgaver med forskellige beregninger med procent i en virkelighedsnær kontekst. Den første delopgave har 98 % af eleverne fået fuldt pointtal, hvilket er meget overraskende.

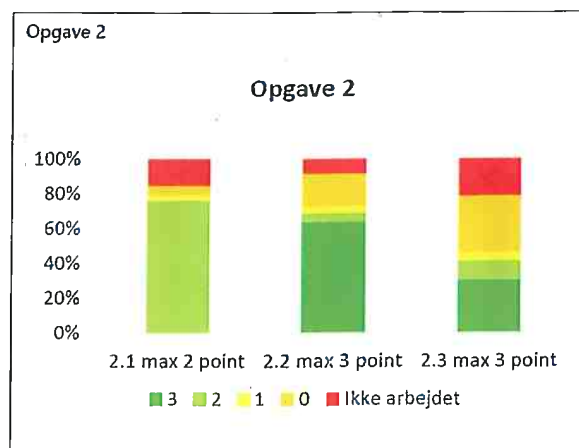
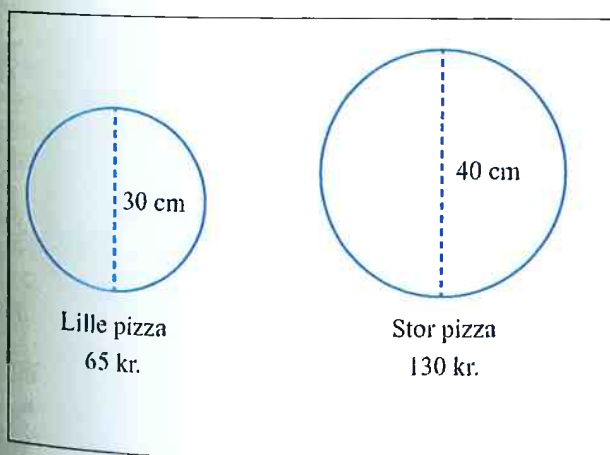


### Opgave 2. Pizzaer i to forskellige størrelser

Denne geometriopgave handler om diameter og areal i en kontekst af pizzaer, deres størrelser og pris. Især den sidste delopgave, hvor eleverne skal løse et relativt enkelt problem, får mange elever blandet omkreds og areal sammen. Under 50 % af eleverne får point i denne opgave.

Pizzeriaets ejer overvejer at ændre på den store pizzas størrelse, så man får lige meget for pengene, uanset om man køber den store eller den lille pizza.

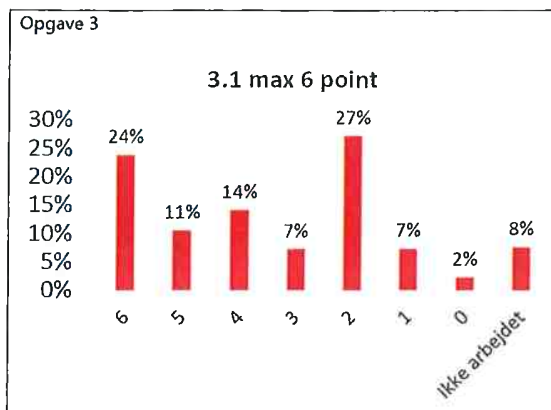
2.3 Undersøg, hvilken diameter den store pizza bør have, når den skal koste dobbelt så meget som den lille pizza.



### Opgave 3. Kilokalorier og kilojoule

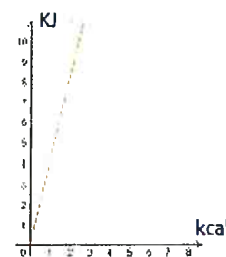
Det er den første af to opgaver med kun en delopgave. Eleverne skal vise sammenhængen mellem kilokalorier og kilojoule på tre måder: Tabel, en graf og en funktionsforskrift. Opgaven prøver eleverne i repræsentations- og symbolbehandlingskompetencen på en meget traditionel måde. Der er helt klart arbejdet med dette tema, da kun 10 % ikke får point, og næsten hver fjerde elev får fuldt pointtal.

På næste side ses rettevejledningen til opgaven.



| Kilokalorier | Kilojoule |
|--------------|-----------|
| 1            | 4,2       |
| 10           | 42        |
| 100          | 420       |
| 1000         | 4200      |
| 1500         | 6300      |
| 2000         | 8400      |
| 2381         | 10000     |

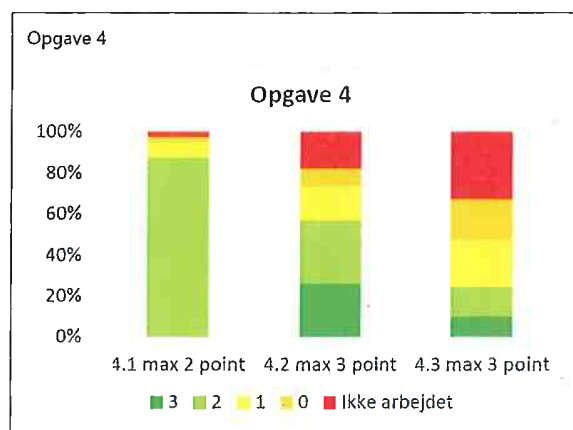
  

$$f(x) = 4,2x \quad g(x) = \frac{1}{4,2}x \quad y = 4,2x$$


Rettevejledningen til opgave 4.

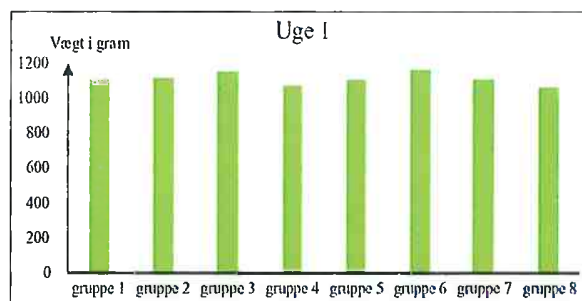
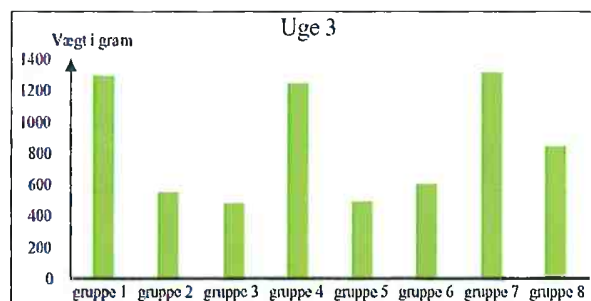
### Opgave 4. Udvikling i løn og mælkepriser

Opgaven kræver, at eleverne åbner den vedhæftede fil og bruger den til beregninger og grafer. Især opgave 4.3 er en stor udfordring for de fleste elever, hvor mere end halvdelen af eleverne ikke får point og under 10 % opnår fuldt pointtal. Det kan skyldes den klassiske forveksling mellem forhold og forskel, og det kan skyldes, at eleverne er usikre på, hvordan graferne skal tegnes.

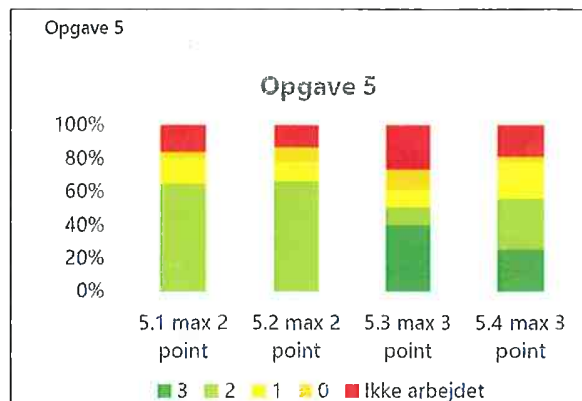


### Opgave 5. Madspild

Opgaven handler om madspild på en efterskole, hvor eleverne ud fra to diagrammer skal beregne og vurdere forskellige ting. I den første delopgave skal eleverne bruge overslagsregning til at finde det samlede madspild i en uge. Mange elever valgte ikke at bruge den oplagte mulighed:  $8 \cdot 1100g \approx 9 \text{ kg}$ . Denne opgave passer fint sammen med opgaver FP9 Prøven uden hjælpemidler, hvor der er flere opgaver med overslagsregning.

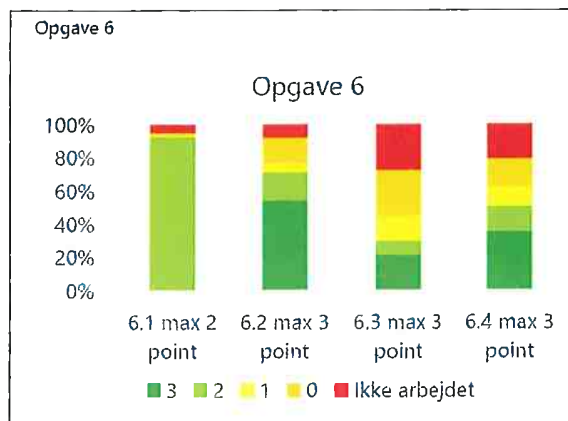
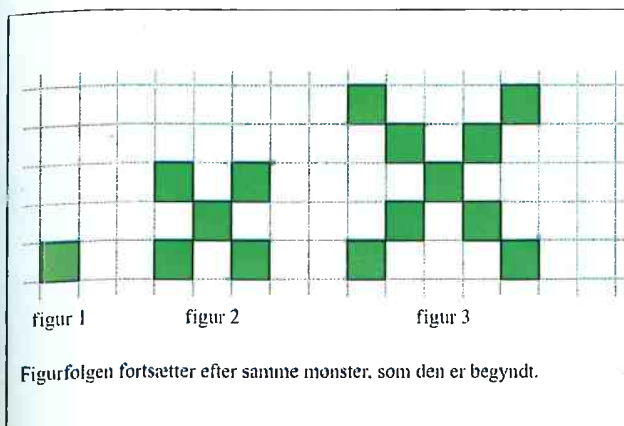


Den sidste opgave er en sammenligning af de to diagrammer med henblik på at vurdere, om skolens elever er blevet bedre til at undgå madspild. I rettevejledningen står der: "Korrekt vurdering med holdbar begrundelse. I besvarelsen indgår der både korrekt vurdering af det samlede madspild og af madspildet hos de enkelte grupper." Det er vigtigt, at eleverne i det daglige arbejder med denne opgavetype, da opgaveteksten ikke nævner, hvad der skal vurderes i enkeltheder.



## Opgave 6. En figurfølge

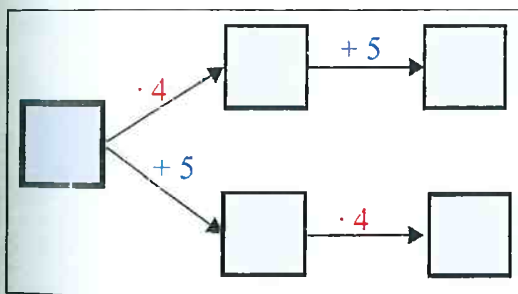
Opgave 6 er den første af tre opgaver uden virkelighedsnær kontekst. Opgavens tema er figurfølger.



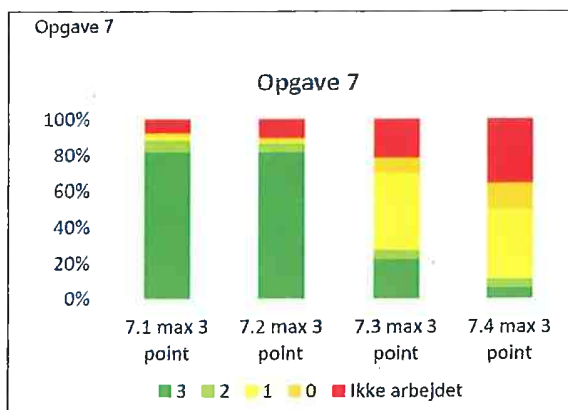
De fleste elever kommer fint i gang med at tegne figurfølgen. I opgave 6.3 skal eleverne generalisere og finde antal kvadrater i figur  $n$ . I 6.4 skal eleverne undersøge, om der er en figur, der består af netop 100 kvadrater. Den sidste af disse to opgaver er nemmere for eleverne end den første, fordi de kan prøve sig frem.

## Opgave 7. Regneruter

En klassisk ramme med regneruter, som prøver eleverne i tal og algebra.



De to første delopgaver handler om at regne frem og tilbage i regneruterne og dermed prøver eleverne i bl.a. regningsarternes hierarki. De sidste to delopgaver prøver elevernes symbolbehandlings- og ræsonnementskompetence. Først skal de arbejde med variable og i den sidste skal de gennemføre et egentligt bevis om en ny regnerute. Det er helt tydeligt opgavesættets sværeste opgave, som kun løses korrekt af 5 % af eleverne. Jeg mener, at det er vigtigt, at eleverne lærer at gennemføre små, ukendte beviser, da det er helt centralt for faget matematik. Opgaver som denne kan med fordel bruges i den daglige undervisning.



## Opgave 8. Trekanter med bestemte mål

Her er en ny opgavetype indenfor opgaverne med kun en delopgave. Opgaven kan stærkt anbefales til undervisningen også i 8.-9. klasse. Nogle elever kommer til det resultat, at trekant c ikke kan tegnes. Det kan skyldes, at de har brugt trekantsberegneren i WordMat, der ikke kan tegne denne trekant. Desværre har 30 % af eleverne ikke arbejdet med opgaven, hvilket måske for nogle af dem skyldes, at de er kommet i tidnød ved den sidste opgave.

